Метод условного градиента

Существо метода условного градиента состоит в том, что, если известна некоторая точка x^kÎD, то направление возрастания целевой функции может задаваться некоторой внутренней или крайней точкой xÎD, которая ищется в области D в направлении, задаваемом градиентом Ñf(x). Действительно, пусть h_k=1,тогда

$x = x^k + r(x^k)$, или отсюда $r(x^k) = x - x^k$.

С другой стороны из определения (2.2) дифференцируемости функции в точке x^k

$f(x) = f(x^k) +$ Ñ$^T f(x^k)(x - x^k) + o(\| x - x^k \|)$

или

$f(x) - f(x^k) >$ Ñ$^T f(x^k)(x - x^k)$.

Отсюда приращение целевой функции $f(x^k_*) - f(x^k)$ при переходе к следующей точке x^k_* можно максимизировать на основе специального выбора точки, производимого в результате решения следующей задачи

$x^k_* = \arg\max$ Ñ$^T f(x^k)(x - x^k)$, (7)

xÎD

Таким образом, x^k_* задает направление максимального приращения целевой функции из точки x^k.

Если x^k_* - граничная точка D, то следующую точку, точку x^{k+1} целесообразно искать на отрезке, соединяющем x^k и x^k_*, т.е.

$x^{k+1} = h_k x^k_* + (1-h_k) x^k$, где $0 \le h_k \le 1$,

или

$x^{k+1} = x^k + h_k (x^k_* - x^k) = x^k + h_k r(x^k)$, где $0 \le h_k \le 1$.

Величину шага h_k следует выбирать из условия максимизации значения целевой функции в точке x^{k+1}, т.е.

$h_k = \max f(x^k + h(x^k_* - x^k))$ (8)

$0 \le h \le 1$

Последняя задача представляет собой задачу одномерной оптимизации.

Основные трудности использования метода условного градиента при решении задач нелинейного программирования состоят в решении задачи (7), и, в общем говоря, в ряде случаев задача оптимизации функции градиента на D может быть сравнима по трудоемкости с исходной задачей. Однако для некоторых классов задач, в частности, для задач квадратичного программирования, метод условного градиента дает существенный выигрыш.